

ძვირფასო სტუდენტებო,  
 დავალების შესრულების დაწყებამდე,  
 გთხოვთ, ჯერ გაეცნოთ განმარტებით წერილს

მათემატიკა ეკონომიკისა და ბიზნესისათვის 2

**დავალება № 20. განსაზღვრული ინტეგრალი**

ქვემოთ მოყვანილ ცხრილში მოცემული სავარჯიშოები აღებულია სილაბუსში მითითებული [2] სალექციო კურსიდან, კერძოდ, ლექცია 20-ის ბოლო პუნქტში მოყვანილი სავარჯიშოებიდან. გამუქებულია იმ ტიპური სავარჯიშოების ნომრები, რომელთა ამოხსნები გადმოცემულია აქ. გაეცანით ამ ამოხსნებს, დანარჩენი სავარჯიშოები კი შეასრულეთ დამოუკიდებლად.

სავარჯიშოების პირობები და პასუხები იხილეთ [2]-ში.  
 სავარჯიშოები №

1-3, 7,10	1-4,8,11	3	4	6-ბ,გ	6-ა,დ	9-ბ,დ	9-გ,ე	10-ა	10-ბ	11-ა	11-ბ

**ტიპური სავარჯიშოების ამოხსნა**

1-3. გამოთვალეთ განსაზღვრული ინტეგრალი  $\int_0^5 (3x + 2) dx$ .

ამოხსნა  $\int_0^5 (3x + 2) dx = (3 \frac{x^2}{2} + 2x) \Big|_0^5 = 3 \frac{25}{2} + 10 = 47,5$ .

პასუხი: 47,5.

1-7. გამოთვალეთ განსაზღვრული ინტეგრალი  $\int_1^9 (\sqrt{t} - \frac{4}{\sqrt{t}}) dt$ .

ამოხსნა  $\int_1^9 (\sqrt{t} - \frac{4}{\sqrt{t}}) dt = \int_1^9 (t^{1/2} - 4 t^{-1/2}) dt = (\frac{t^{3/2}}{3/2} - 4 \frac{t^{1/2}}{1/2}) \Big|_1^9 = \frac{9^{3/2}}{3/2} - 4 \frac{9^{1/2}}{1/2} - \frac{2}{3} + 8 = 18 - 24 - 2/3 + 8 = 4/3$ .

პასუხი: 4/3.

1-10. გამოთვალეთ განსაზღვრული ინტეგრალი  $\int_1^6 x^2(x-1)dx$ .

ამოხსნა:  $\int_1^6 x^2(x-1)dx = \int_1^6 (x^3 - x^2)dx = (\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3}) \Big|_1^6 = \frac{6^4}{4} - \frac{6^3}{3} - 1/4 + 1/3 = 252 + 1/12 = 252 \frac{1}{12}$ .

პასუხი:  $252 \frac{1}{12}$ .

3. ფერმერის შეფასებით, მისი მოსავალი დღეიდან  $t$  დღის განმავლობაში გაიზრდება  $0,3t^2 + 0,6t + 1$  ცენტნერით დღეში. რამდენით გაიზრდება მოსავლის ღირებულება მომდევნო 5 დღის განმავლობაში, თუ ერთი ცენტნერის საბაზრო ფასი 3 დოლარია.

ამოხსნა: მოსავლის აღების დაწყებიდან მომდევნო 5 დღის განმავლობაში აღებული მოსავლის რაოდენობა გამოითვლება შემდეგი განსაზღვრული ინტეგრალით:

$$Q = \int_0^5 (0,3t^2 + 0,6t + 1) dt = 0,1 t^3 + 0,3t^2 + t \Big|_0^5 = 0,1 \cdot 5^3 + 0,3 \cdot 5^2 + 5 = 25 \text{ (ცენტნერი)}$$

ამ დროისათვის აღებული მოსავლის ღირებულება იქნება  $3 \cdot 25 = 75$  (დოლარი).

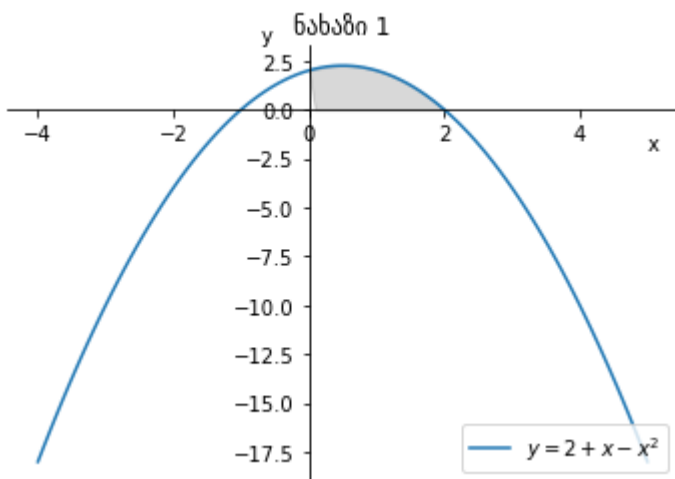
პასუხი: 75 დოლარი.

6-ბ. გამოთვალეთ იმ ფიგურის ფართობი, რომელიც შემოსაზღვრულია წირებით:

$$y = 2 + x - x^2, \quad x = 0, \quad x = 2 \quad \text{და} \quad OX \text{ ღერძით.}$$

ამოხსნა : ფიგურის ფართობი გამოითვლება შემდეგი განსაზღვრული ინტეგრალით (იხ. ნახაზი 1)

$$S = \int_0^2 (2 + x - x^2) dx = (2x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}) \Big|_0^2 = 4 + 2 - 8/3 = 10/3.$$



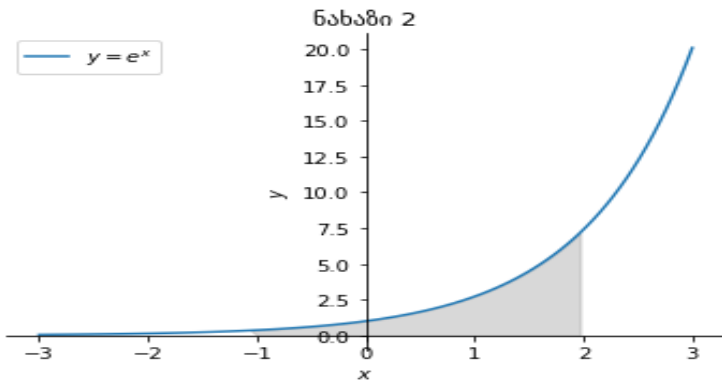
პასუხი: 10/3

6-გ. გამოთვალეთ იმ ფიგურის ფართობი, რომელიც შემოსაზღვრულია წირებით:

$$y = e^x, \quad x = -1, \quad x = 2 \quad OX \text{ ღერძით.}$$

ამოხსნა: ფიგურის ფართობი გამოითვლება შემდეგი განსაზღვრული ინტეგრალით (იხ. ნახაზი-2)

$$S = \int_{-1}^2 e^x dx = e^x \Big|_{-1}^2 = e^2 - e^{-1}.$$

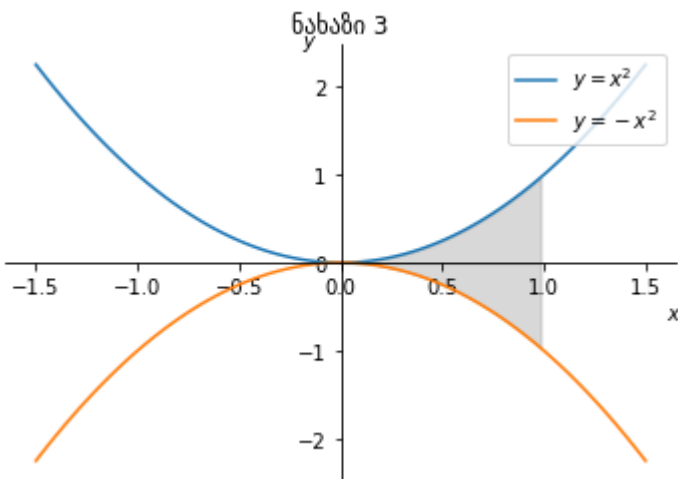


პასუხი:  $e^2 - e^{-1}$ .

9-ბ. გამოთვალეთ იმ ფიგურის ფართობი, რომელიც შემოსაზღვრულია წირებით:  $y = x^2$ ,  $y = -x^2$  და  $x = 1$ .

ამოხსნა: ფიგურის ფართობი გამოითვლება შემდეგი განსაზღვრული ინტეგრალით (იხ. ნახაზი-3).

$$S = 2 \int_0^1 x^2 dx = 2 \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = 2/3.$$

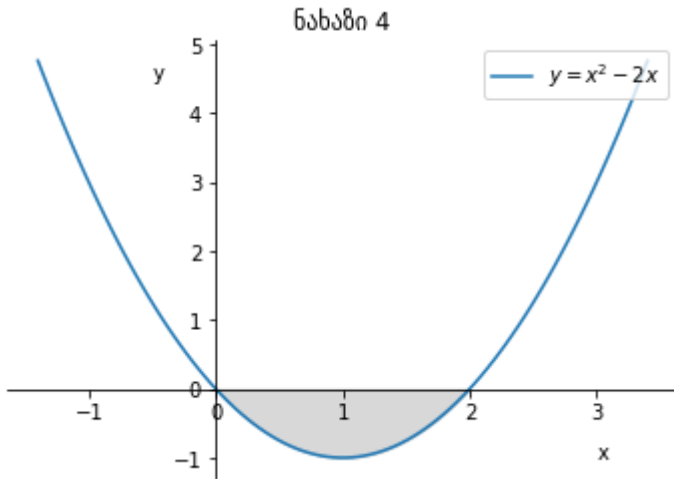


პასუხი:  $2/3$ .

9-დ. გამოთვალეთ შემდეგი წირებით შემოსაზღვრული ფიგურის ფართობი:  $y = x^2 - 2x$  და  $OX$  ღერძით.

ამოხსნა: ფიგურის ფართობი გამოითვლება შემდეგი განსაზღვრული ინტეგრალით (იხ ნახაზი-4. მითითება: ფიგურა მდებარეობს OX ღერძის ქვემოთ).

$$S = - \int_0^2 (x^2 - 2x) dx = - \left. \frac{x^3}{3} + x^2 \right|_0^2 = - \frac{8}{3} + 4 = \frac{4}{3}.$$



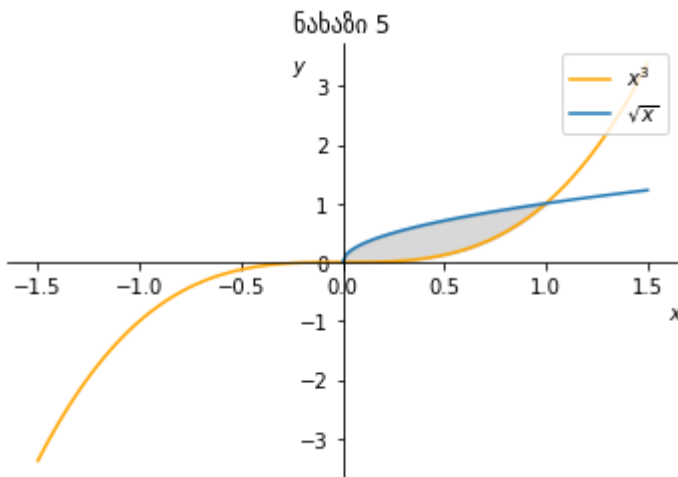
პასუხი: 4/3.

10-ა იპოვეთ ნახაზზე გამოსახული გამუქებული არის ფართობი (იხ. ნახაზი-5).

ამოხსნა: ჯერ ვიპოვოთ გამუქებული არის შემომსაზღვრელი წირების გაკვეთის წერტილების აბსცისები

$$x^3 = \sqrt{x}, \Rightarrow x = 0 \quad x = 1$$

$$S = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^3) dx = \int_0^1 (x^{1/2} - x^3) dx = \left( \frac{2}{3} x^{3/2} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$



პასუხი: 5/12.

11-- ა . გამოთვალეთ  $F(x) = 1 - x^2$  ფუნქციის საშუალო მნიშვნელობა  $-3 \ll x \ll 3$  ინტერვალზე

ამოხსნა:  $F(x)$  ფუნქციის საშუალო მნიშვნელობა მითითებულ ინტერვალზე გამოითვლება შემდეგი განსაზღვრული ინტეგრალით:

$$F_{\text{ს}} = \frac{1}{3 - (-3)} \int_{-3}^3 (1 - x^2) dx = \frac{1}{6} \left( x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-3}^3 = \frac{1}{6} (3 - 9 - (-3) + (-9)) = -2.$$

პასუხი: -2.